第三章　雷达的方向测量和定位

§3.1 概述

测量电磁波信号的等相位波前

一．目的

1． 信号分选识别
2． 引导干扰机
3． 引导武器系统
4． 威胁告警
5． 辐射源定位，确定威胁雷达在空间中的位置。

二．测向方法

1．振幅法，相位法（根据测向原理分类）
2．顺序波束法，同时波束法 (根据波束扫描分类)

三． 系统指标

1．测向精度 dA ，角度分辩力 ΔA

dA：一般用测量角误差的均值和放差来度量
ΔA ：是指能够被区分开的两个辐射源的最小角度

2．向范围 Ω_{AoA}、瞬时视野 Ω_{1AoA}、角度搜索概率 $P_A(T)$ 和搜索时间 T

（1） 天线口面上最小输入信号功率密度 D（dBmv/m ^{2}）

（2） 测向接收机灵敏度 $P_{R\min}(dBm)$

$$P_{R\min} = D + 10\lg A_R = D + 10\lg(G_R\lambda^2/4\pi) \quad \text{dBm}$$

$$A_R = G_R\lambda^2/4\pi$$ A_R：接收面积　　G_R：天线增益

3．向系统灵敏度

§3.2 振幅法测向

一． 波束所搜测向法 $\hat{q} = \frac{1}{2}(\hat{q}_1 + \hat{q}_2)$

1．慢速可靠搜索 ：侦察机检测雷达方向信息需要 z 个连续脉冲

radar： $q_a(^0)$，$v_a(^0/s)$，$\Omega_a(^0)$， $T_a(s)$, $T_a = \Omega_{AoA}/v_r$.

receiver： q_r， v_r， Ω_{AoA} ，T_R ， $T_r = \Omega_{AoA}/v_r$

条件：

（1） 在天线扫描一周的时间 T_a 内，侦察天线最多只扫描一个波束宽度 q_r，即

$$\frac{\theta_r}{v_r} = T_R\frac{\theta_r}{\Omega_{AOA}} \geq T_a$$

（2） **在天线指向侦察机的时间T_s内，至少收到 Z 个连续的雷达发射脉冲，即**

$$T_S = T_a \frac{\theta_a}{\Omega_a} \geqslant ZT_r$$

$$T_R \frac{q_r}{\Omega_{AoA}} \geq ZT_r \frac{\Omega_a}{q_a} \qquad T_R \geq ZT_r \frac{\Omega_{AoA}\Omega_a}{q_r q_a}$$

2．**快速可靠搜索**

(1) $$T_a \frac{\theta_a}{\Omega_a} \geqslant T_R$$

(2) $$T_R \frac{\theta_r}{\Omega_{AOA}} \geqslant ZT_r \qquad T_a \geq ZT_r \frac{\Omega_{AoA}\Omega_a}{q_r q_a}$$ 。

3．**测向精度**dA **和角度分辩力**ΔA

$$E(\hat{q}_1) = q_1,\ E(\hat{q}_2) = q_2,\ E(\hat{q}) = \frac{1}{2}E(\hat{q}_1 + \hat{q}_2) = \frac{1}{2}(q_1 + q_2)$$ 。

$$s_q^2 = E[(\frac{\hat{q}_1 + \hat{q}_2}{2})^2 - (\frac{q_1 + q_2}{2})^2] = \frac{1}{4}[E(\hat{q}_1 - q_1)^2 + E(\hat{q}_2 - q_2)^2] = \frac{1}{2}s_q^2$$

s_q^2 **反映测向系统中的噪声**

$$s_q = \frac{s_n}{A/q_r} = \frac{q_r}{\sqrt{S/N}}$$ ------**高斯方向图**

其中： A**： 门限处信号电压** s_n **：噪声电压均方根**

$$\therefore \quad s_{\hat{q}}^2 = \frac{q_r^2}{2(S/N)}$$

二． 全向振幅单脉冲测向技术

1． **组成** P49。 Fig 3－4

$$F_i(q) = F(q - iq_s) \quad , \quad q_s = 360^\circ/N \qquad \text{I}=0，1，\ldots\text{N-1.}$$

q_s **：相邻天线方向图主瓣间夹角，相邻天线张角。**

2. **相邻比幅法** $F(q) = F(-q)$ **书上** P50 **图** 3－5

$$S_1(t) = \lg[k_1 F(q_s/2 - f)A(t)]$$

$$S_2(t) = \lg[k_2 F(q_s/2 + f)A(t)]$$ f **：雷达方向偏离俩天线等信号方向的夹角**

$$R = 10(s_1(t) - s_2(t)) = 10\lg\left[\frac{K_1 F(\theta_S/2 - \varphi)}{K_2 F(\theta_S/2 + \varphi)}\right] \qquad K_1 = K_2$$

$$F(q)=e^{-1.3863(\frac{q}{q_r})^2}$$

$$R=\frac{12q_s}{q_r^2}f \quad , \qquad f=\frac{q_r^2}{12q_s}R$$ R 的单位为（dB）

$$\mathrm{d}\varphi=\frac{\theta_r}{6\theta_s}R\mathrm{d}\theta_r-\frac{\theta_r^2}{12\theta_s^2}R\mathrm{d}\theta_s+\frac{\theta_r^2}{12\theta_s}\mathrm{d}R$$

波束交点损失 $L=20\lg(\frac{F(q_s/2)}{F(0)})=-3(\frac{360}{Nq_r})^2=-3(\frac{q_s}{q_r})^2$

L**：相邻波束交点方向（等信号方向）增益与最大信号方向增益** F(0)**的比，以** dB **表示。**

$$q_r=q_s\sqrt{\frac{-3}{L}}$$ L**：以** dB **表示**

当 L＝－3dB **时，**$q_r=qs$

$$df=\frac{R}{6}sq_r-\frac{R}{12}dq_s+\frac{360}{12N}dR$$ N↑**，误差越小。**

强信号容易在其它方向造成虚假信号。

3．**全方向比幅法** nABD

$$F(q)=\sum_{k=0}^{\infty}a_k\cos kq \qquad a_k=2\int_0^p F(q)\cos kq dq$$

对各天线输出信号加权取和

$$\begin{cases}c(q)=\sum_{i=0}^{N-1}F_i(q)\cdot\cos iq_s\\ s(q)=\sum_{i=0}^{N-1}F_i(q)\cdot\sin iq_s\end{cases}$$

$$c(q)=\frac{N}{2}\sum_{i=0}^{\infty}a_{iN+1}\cos(iN+1)q+\frac{N}{2}\sum_{i=1}^{\infty}a_{iN-1}\cos(iN-1)q$$

$$s(q)=\frac{N}{2}\sum_{i=0}^{\infty}a_{iN+1}\sin(iN+1)q+\frac{N}{2}\sum_{i=1}^{\infty}a_{iN-1}\sin(iN-1)q$$

当 N **较大时，则交次展开系数较小**

$$c(q)\approx\frac{N}{2}a_1\cos q \qquad s(q)\approx\frac{N}{2}a_1\sin q$$

$$\hat{q}=arctg[\frac{s(q)}{c(q)}]$$

4．**多波速测向技术** $F_0(q),F_1(q),\cdots,F_{N-1}(q)$

天线输出： $s_o(t) = s(t)e^{jij}$ $\quad j = \frac{2p}{l} d \sin q$

天线—>聚焦区口： $y_i = \frac{2p}{l} L_i$

聚焦区口 i—> **输出口** j**：** $f_{ij} = \frac{2p}{l} d_{i,j}$

通过 $d, L_i, d_{i,j}$ **的调整，使**

$$F_j(q) = \left| \sum_{i=0}^{N-1} e^{jij + y_i + f_{i,j}} \right| = \left| \frac{\sin \frac{Np}{l}(q - q_i)}{\frac{p}{l}(q - q_j)} \right| \qquad \mathrm{j = 0,1,\cdots,N-1}$$

例 1 某侦察设备采用单波束搜索法在[0，360°]**范围内测向，检测只需一个脉冲，被测雷达天线扫描范围也在**[0，360°]**，波束宽度为** 2°**，扫描周期为** 6s**，脉冲重复周期为** 1000HZ**，试求：**1）**采用方位慢可靠搜索，在** 60s **内可靠测向时的搜索周期和最窄波束宽度；**2）**采用方位快可靠时的搜索周期和最窄波束宽度**

解：1）**根据慢可靠搜索的要求：**

$$5s \le T_R \frac{q_r}{360°}, \quad 5s\frac{2°}{360°} = \frac{1}{36}s \ge 1\times 10^{-3}$$ **满足可靠要求，**

选择 $T_R = 60s$ **，则** $q_r \ge \frac{5\times 360°}{60} = 30°$ **，因此** $q_{r\min} = 30°$

2）**根据快可靠搜索要求：** $T_R \le 5s\frac{2°}{360°} = \frac{1}{36}s$ **，选择** $T_R = \frac{1}{36}s$

$$q_r \ge \frac{360°\times 1\times 10^{-3}}{1/36} = 12.96°$$ **，因此** $q_{r\min} = 12.96°$

例 2 某侦察设备采用振幅单脉冲测向，高斯天线方向图，试求：1）**采用相邻比幅法，交点损失为—**5dB **时的波束宽度，**1dB **通道失衡引起的测角误差；**2）**采用全向比幅法，计算** 60° **波束宽度下，在** 30°**方向上的测角误差**

解：1） $q_r = \frac{360°}{6}\sqrt{-3/-5} = 46.4758°$ **，** $dj = \frac{46.4758^2}{12\times 60}\times 1 = 3°$

2）

$$S(30°) = \sum_{i=-2}^{3} e^{-1.3863\left(\frac{i\times 60-30}{60}\right)^2} \sin(i\times 60°) = 0.612222072$$

$$C(30°) = \sum_{i=-2}^{3} e^{-1.3863\left(\frac{i\times 60-30}{60}\right)^2} \cos(i\times 60°) = 1.060399736$$

$$tg^{-1}(0.612222072/1.060399736) = 29.9999999° = \hat{q}$$

§3.3 相位法测向

一．数字式相位干涉仪测向技术　　P54，Fig3-10

1．**单基线：** $f = \frac{2pl}{l}\sin q \qquad v_c = k\cos f \qquad v_s = k\sin f$

$$\hat{f} = arctg\frac{v_s}{v_c} \qquad \hat{q} = \arcsin\frac{f\,l}{2pl}$$

$$f \in [-p, p), q \in [-q_{\max}, q_{\max}], q_{\max} = \arcsin\frac{l}{2l}$$

$$\Delta f = \frac{2pl}{l}\cos q \cdot \Delta q - \frac{2pl\sin q}{l^2}\cdot \Delta l$$

$$\Delta q = \frac{\Delta f}{\frac{2pl}{l}\cos q} + \frac{tgq}{l}\cdot \Delta l$$

$$\frac{l}{l}\uparrow \rightarrow q_{\max}\downarrow, \Delta q\downarrow$$

2．**一维多基线**　　$Jq = \frac{q_{\max}}{n^{k-1}2^{m-1}}$

基线数为 k，**相邻基线长度比为** n，**角度量化器位数为** m

二．线性相位多模圆阵测向技术

1．**组成：圆阵天线，馈电网络（**Butler **矩阵），鉴相器，极性量化器，编码、校码电路**

2．**信号：** $U_r = Ue^{jj_r}$，$j_r = \frac{2pR}{l}\cos(q - \frac{2pr}{N})$　　r = 0,1,⋯, N - 1

对 U_r **加权合成：**

$$F_k(q) = \sum_{r=0}^{N-1} U_r e^{j\frac{2pr}{N}k} = U\sum_{r=0}^{N-1} e^{j[\frac{2pr}{N}k + w\cos(q\cdot\frac{2pr}{N})]} \qquad w = \frac{2p\mathrm{R}}{l}, k = -\frac{N}{2}+1,\cdots,\frac{N}{2}$$

$F_k(q)$ **称为** k **阶模，当** N>>k **时，**

$$F_0(q) = U_N J_0(w) \quad F_k(q) = U_N j^k J_k(w)e^{jkq}$$

它代表了输入信号的傅氏变换，通常取 $k = 2^i, i = 0, \pm 1, \pm\frac{N}{4}$ **的模用于测向。**

对 0，1 **阶模的鉴相处理，测向全方位内的无模糊测相**

对 $\pm N/4$ **模的鉴相处理，可使系统达到最高的测向精度，** $d_q = \frac{2p}{N\cdot 2^{m-1}}$，m **为最高阶量化位数**

3．**缺点：同时多信号到达不能解决**

§3.4 对雷达的定位

平面定位是指确定雷达辐射源在某一特定平面上上的位置，空间定位是指精确雷达定位辐射源在某一空间的位置

一．单平台定位

1．**飞跃目标定位** $s_i = pR_i^2 = p(H_i tg\frac{q_r}{2})^2$

2．**方位/仰角定位法** $a_i = H_i(\csc b_i)\cdot tg\frac{q_r}{2}$，

$b_i = \frac{H_i}{2}[ctg(b_i - \frac{q_b}{2}) - ctg(b_i + \frac{q_b}{2})]$，$s_i = pa_ib_i$

3．**角度测量定位（三角定位）：**DD，TDOA，DOA

4．**联合定位：**DD-DOA，DOA-PRC

5．**问题：时间精度，**PLAID

二．多平台定位

1．**方向测量定位** $b_i = tg^{-1}\frac{y - y_i}{x - x_i}$

$$tgb_i \cdot x - y = x_i tgb_i - y_i$$

$$i = 1,\cdots,N \quad Ax = D \qquad x = A^*D \qquad A^* = (A^*A)^{-1}A^*$$

$$i = 1,2 \qquad \begin{cases} x = \dfrac{y_1 - y_2 - x_1 tgb_1 + x_2 tgb_2}{tgb_2 - tgb_1} \\ y = \dfrac{y_1 tgb_2 - y_2 tgb_1 - x_1 tgb_1 tgb_2 + x_2 tgb_1 tgb_2}{tgb_2 - tgb_1} \end{cases}$$

$$B = B_0 + H\Delta x + n \qquad H = \begin{bmatrix} -\sin b_{01}/g_{01} & \cos b_{01}/g_{01} \\ -\sin b_{0N}/g_{0N} & \cos b_{0N}/g_{0N} \end{bmatrix}$$

$$\hat{x} = x + (H^T P_n^{-1} H)^{-1} H^T P_n^{-1} n$$

$$P_x = E[(\hat{x} - x)(\hat{x} - x)^T] = \begin{bmatrix} s_x^2 & \bullet \\ \bullet & s_y^2 \end{bmatrix}$$

$$s_x^2 = \frac{u}{ul - v^2} \qquad s_y^2 = \frac{l}{ul - v^2} \qquad u = \sum_{i=1}^{N}\frac{\cos^2 j_{0i}}{g_{0i}^2 s_i^2}$$

$$l = \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N}\frac{\sin^2 j_{0i}}{g_{0i}^2 s_i^2}$$

$$g = \sum_{i=1}^{w}\frac{\sin j_{0i}\cos j_{0i}}{g_{0i}^2 s_i^2} \qquad GDOP = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} \qquad CEP = 0.75\cdot\sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

双站：$GDOP=\dfrac{1}{\left|\sin(b_2-b_1)\right|}\sqrt{r_1^2 s_{b1}^{2}+r_2^2 s_{b2}^{2}}$

$$GDOP=\frac{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}{\left|\sin(b_2-b_1)\right|}\sqrt{s_b^{2}+\frac{2}{r_1^2+r_2^2}s_{xy}^{2}}=G\cdot M$$

最佳布站，当 d **一定时，**$b_1=54.73^0, b_2=125.27^0 \quad GDOP_{\min}=1.84dJb$

2．**时差定位**

(1) $\begin{cases} c(t_2-t_1)=\sqrt{(x_2-x)^2+(y_2-y)^2}-\sqrt{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2}=d_{21} \\ c(t_3-t_1)=\sqrt{(x_3-x)^2+(y_3-y)^2}-\sqrt{(x_1-x)^2+(y_1-y)^2}=d_{31} \end{cases}$

$$x_{21}=x_2-x_1, y_{21}=y_2-y_1, x_{31}=x_3-x_1, y_{31}=y_3-y_1$$

$\begin{cases} x=r\cos q+x_1 \\ y=r\sin q+y_1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x_{21}r\cos q-2y_{21}r\cos q=d_{21}-x_{21}^2-y_{21}^2+2d_{21}r \\ -2x_{31}r\cos q-2y_{31}r\cos q=d_{31}-x_{31}^2-y_{31}^2+2d_{31}r \end{cases}$

$$r=\frac{x_{21}^2+y_{21}^2-d_{21}^2}{2(d_{21}+x_{21}\cos q+y_{21}\sin q)}=\frac{x_{31}^2+y_{31}^2-d_{31}^2}{2(d_{31}+x_{31}\cos q+y_{31}\sin q)}$$

$$a\cos q+b\sin q=c$$

$$a=(d_{31}^2-x_{31}^2-y_{31}^2)x_{21}-(d_{21}^2-x_{21}^2-y_{21}^2)x_{31}$$

$$b=(d_{31}^2-x_{31}^2-y_{31}^2)y_{21}-(d_{21}^2-x_{21}^2-y_{21}^2)y_{31}$$

$$c=(d_{31}^2-x_{31}^2-y_{31}^2)d_{21}+(d_{21}^2-x_{21}^2-y_{21}^2)d_{31}$$

$q=\arcsin\dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}-\Phi(a,b) \qquad \Phi(y,x)$ **表**（r,y）**相角**

或$q=p-\arcsin\dfrac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}-\Phi(a,b)$

(2)**辐射源**（x,y,z），$\vec{e}$，**接收机**(x_i, y_i, z_i)，r_i，$d_i=\left\|\vec{e}-\vec{r_i}\right\|$

$d_{12}=d_2-d_1$，$s_{12}=d_2+d_1$

$$s_{12}d_{12}=d_2^2-d_1^2=\left\|\vec{e}-\vec{r_2}\right\|-\left\|\vec{e}-\vec{r_1}\right\|=\left\|\vec{r_2}\right\|^2-\left\|\vec{r_1}\right\|^2-2(\vec{r_2}-\vec{r_1})\vec{e}$$

$$s_{12}=\frac{\left\|\vec{r_2}\right\|^2-\left\|\vec{r_1}\right\|^2}{d_{12}}-\frac{2(\vec{r_2}-\vec{r_1})}{d_{12}}\vec{e}$$

$$s_{23}=\frac{\left\|\vec{r_3}\right\|^2-\left\|\vec{r_2}\right\|^2}{d_{23}}-\frac{2(\vec{r_3}-\vec{r_2})}{d_{23}}\vec{e}$$

$$d_{31}=d_1-d_3=(d_2+d_1)-(d_3+d_2)=s_{12}+s_{23}$$

$$d_{12}d_{23}d_{31}=-(d_{12}\left\|\vec{r_3}\right\|^2+d_{23}\left\|\vec{r_2}\right\|^2+d_{31}\left\|\vec{r_1}\right\|^2)+2(d_{12}\vec{r_3}+d_{23}\vec{r_1}+d_{31}\vec{r_2})\vec{e}$$

$$A_{123}x+B_{123}y+C_{123}z=D_{123}$$

$$A_{123}x=x_1d_{23}+x_2d_{31}+x_3d_{12}$$

$$B_{123}x=y_1d_{23}+y_2d_{31}+y_3d_{12}$$

$$C_{123}x=z_1d_{23}+z_2d_{31}+z_3d_{12}$$

$$D_{123}x=\frac{1}{2}(d_{12}d_{23}d_{31}+r_1^2d_{23}+r_2^2d_{31}+r_3^2d_{12}$$

$$Ax=D \qquad x=A^*D$$

3．DD **测量定位**

4．DOA，TDOA，DOA－DD **测量定位**

ex：2，3，4，6，7